

© Деренко Н. В., Юдалевич Н. В., 2026

Иркутский государственный университет, г. Иркутск

В данной статье рассматривается практическая ситуация из сферы ритейла. Для торговой сети из двадцати магазинов, заказывающих товары у трех поставщиков, формулируется задача линейного программирования. Для десяти товаров получается задача с 800-ми переменными и 823-мя основными ограничениями. Анализ полученной модели с конкретными параметрами приводит к плану закупки, распределения и реализации товаров, имеющему явное преимущество в сравнении с практически применяемыми подходами в планировании деятельности торговой сети.

*Ключевые слова:* линейное программирование, математическая модель, многопродуктовая задача управления запасами, логистика

С 2017 года в российских университетах активно начала внедряться программа «Стартап как диплом» [2]. Пионером в новой образовательной технологии выступил Дальневосточный федеральный университет. В 2020 г. к инициативе подключилось Минобрнауки РФ, в результате чего в десятках вузов страны появились новые возможности для формирования предпринимательских компетенций. В настоящее время программа имеет официальный федеральный статус и реализуется в рамках национального проекта «Цифровая экономика» и платформы университетского технологического предпринимательства, предлагая защиту стартапов в десятках регионов.

Суть новой технологии состоит в возможности защищать в качестве выпускной квалификационной работы на программах бакалавриата или специалитета реальные бизнес-проекты, а не традиционные теоретические дипломы. Более того, Положение о проведении Всероссийского конкурса выпускных квалификационных работ в формате «Стартап как диплом» акцентирует внимание на требованиях к инновационности проектов: «Стартап — деятельность по созданию нового продукта, технологии или нового вида услуги (продуктовой инновации), обладающего (-ей) потенциалом/перспективами коммерциализации и масштабирования, разработанного и реализуемого в условиях неопределенности в конкурентной среде» [4].

Таким образом, для выпускников вузов становятся более актуальными, чем в прошлые годы, количественные методы эффективного планирования деятельности, управления рисками — многочисленные кибернетические методы, начиная с задач линейного программирования, включая теорию игр и т.д. Но именно в сфере применения таких методов обычно большой активности у студентов не бывает, им не хватает практических кейсов формализации и анализа «больших» практических задач, а не методических малоразмерных примеров из учебников. Исходя из осознания данной проблемы, авторами статьи предлагается именно «большая» математическая модель с целью продемонстрировать выпускникам доступность и удобство формализма и технологий линейного программирования [1, 3].

Рассмотрим распространенную в сфере розничной торговли ситуацию: необходимо оптимизировать ассортимент, управление запасами и логистику товаров в сети супермаркетов. Конкретную задачу ограничим требованиями определить оптимальный объем заказа для каждого товара, чтобы максимизировать прибыль, учитывая ограничения на складские площади, бюджет на закупку и минимальные уровни спроса. Желательно получить модель линейного программирования, иначе численно решить задачу при помощи традиционных инструментов вряд ли будет возможно.

Количество товаров ограничим десятью наименованиями, супермаркетов в сети — 20,

поставщиков товаров — 3. Будем считать, что для каждого товара  $x_i$  известны продажная цена  $Price_i$ ; себестоимость  $Cost_i$ ; спрос  $Demand_i$  в месяц; площадь на складе, занимаемая единицей товара  $Space_i$ ; минимальный уровень запаса  $MinStock_i$  для обеспечения бесперебойных продаж. Ограничивать возможные планы будет общий бюджет на закупку товаров  $B$  и общая доступная складская площадь  $S$ . Уточним, что  $x_i$  — количество  $i$ -го товара, которое мы закупаем и храним на складе.

Целевую функцию — прибыль — можно определить, как

$$f(x) = \sum_{i=1}^{10} (Price_i - Cost_i) \cdot \min(x_i, Demand_i),$$

однако, чтобы избежать нелинейности, можем предположить, что мы продаем минимум из  $x_i$  и  $Demand_i$ , а этого недостаточно, чтобы получить линейную функцию. Вместо этого можно использовать альтернативный подход: максимизировать выручку минус затраты на закупку, при условии, что мы не можем продать больше, чем спрос, и не больше, чем мы закупили. Тогда целевую функцию можно записать так:

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^{10} (Price_i \cdot y_i - Cost_i \cdot x_i),$$

где  $y_i$  — количество проданного  $i$ -го товара, причем  $y_i \leq Demand_i$  и  $y_i \leq x_i$ . При таком подходе появляются дополнительные переменные  $y_i$ , но это не является проблемой в линейном программировании.

Очевидны следующие ограничения:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{10} Cost_i \cdot x_i &\leq B \text{ (бюджет);} \\ \sum_{i=1}^{10} Space_i \cdot x_i &\leq S \text{ (площадь склада);} \\ x_i &\geq MinStock_i, \quad \frac{i}{1,10} \text{ (минимальный запас);} \\ x_i &\geq 0, \quad y_i &\geq 0, \quad i = \overline{1,10}. \end{aligned}$$

В этом случае мы имеем 20 переменных и 32 основных ограничения (плюс условия неотрицательности переменных).

$$z(x, y) = \sum_{p \in P} \sum_{m \in M} Price_p \cdot y_{p,m} - \sum_{s \in S} \sum_{p \in P} \sum_{m \in M} Cost_p \cdot x_{s,p,m} - \sum_{s \in S} \sum_{m \in M} TransportCost_{s,m} \cdot \sum_{p \in P} x_{s,p,m} \rightarrow \max.$$

Ограничения условно можно разбить на семь групп:

- ограничения мощности поставщиков  $\sum_{p \in P} \sum_{m \in M} x_{s,p,m} \leq Capacity_s \quad \forall s \in S$ ;
- ограничения складской площади  $\sum_{p \in P} Space_p \cdot \sum_{s \in S} x_{s,p,m} \leq StoreCapacity_m \quad \forall m \in M$ ;

Учитывая, что рассматриваемая сеть из 20 супермаркетов в одном городе сталкивается с проблемами неоптимального распределения товаров между магазинами, избыточных запасов в одних магазинах и дефицита в других, высоких логистических издержек и потерь от списания скоропортящихся товаров, есть смысл от получившейся довольно простой модели перейти к более подробной (учесть все связи между магазинами и поставщиками). С целью наглядности и компактности записей применим другую символику для формулировки получающейся задачи линейного программирования.

Введем множества и индексы:  $P$  — множество индексов товаров (продуктов), индексы  $p \in P$ , где  $|P| = 10$ ;  $S$  — множество индексов поставщиков, индексы  $s \in S$ , где  $|S| = 3$ ;  $M$  — множество индексов магазинов, индексы  $m \in M$ , где  $|M| = 20$ .

Для каждого  $p$ -го товара читаем известными (заданными) следующие параметры:  $Price_p$  — цена продажи  $p$ -го товара;  $Cost_p$  — себестоимость  $p$ -го товара;  $Space_p$  — занимаемая площадь на складе (кв. м/единица);  $ShelfLife_p$  — срок годности (дни). Для каждого  $s$ -го поставщика известна  $Capacity_s$  — максимальная мощность поставщика. Для каждого  $m$ -го магазина заданы  $StoreCapacity_m$  — емкость склада магазина (кв. м),  $Demand_{p,m}$  — спрос на  $p$ -й товар в  $m$ -м магазине. Логистические параметры:  $TransportCost_{s,m}$  — стоимость доставки от  $s$ -го поставщика в  $m$ -й магазин. Также считаем заданными общие параметры  $MinAssortment_{p,m}$  — минимальный ассортимент каждого товара в каждом магазине.

В качестве переменных будем использовать  $x_{s,p,m}$  — количество  $p$ -го товара, поставляемого от  $s$ -го поставщика в  $m$ -й магазин;  $y_{p,m}$  — количество  $p$ -го товара, продаваемого в  $m$ -ом магазине.

Целевая функция для формализуемой задачи линейного программирования (мы максимизируем общую прибыль) имеет вид:

- баланс запасов и продаж  $y_{p,m} \leq \sum_{s \in S} x_{s,p,m} \quad \forall p \in P, \forall m \in M$ ;
- ограничения спроса  $y_{p,m} \leq Demand_{p,m} \quad \forall p \in P, \forall m \in M$ ;
- минимальный ассортимент  $\sum_{s \in S} x_{s,p,m} \geq MinAssortment_{p,m} \quad \forall p \in P, \forall m \in M$ ;

• ограничения срока годности  $\sum_{s \in S} x_{s,p,m} \leq \frac{Demand_{p,m} \cdot ShelfLife_p}{30} \quad \forall p \in P, \forall m \in M;$

• неотрицательность и целочисленность:  $x_{s,p,m} \geq 0, y_{p,m} \geq 0$ , целые  $\forall s \in S, \forall p \in P, \forall m \in M$ .

Размерность получившейся задачи линейного программирования весьма большая — 800 переменных  $(|S| \times |P| \times |M| + |P| \times |M| = 3 \times 10 \times 20 + 10 \times 20 = 800)$  и 823 основных ограничения (3 поставщика, 20 складов, 200 ограничений баланса, 200 ограничений спроса, 200 ограничений минимального ассортимента, 200 ограничений срока годности).

Заметим, что в итоге математической формализации мы пришли к классической стандартной (симметричной) форме задачи линейного программирования [1, стр. 24; 3, стр. 19]. Экономически это многопродуктовая задача управления запасами с пространственными и логистическими ограничениями. Модель одновременно оптимизирует:

- закупочную стратегию (выбор поставщиков);
- распределение товаров между магазинами;
- управление уровнем запасов с учетом спроса и ограничений;
- логистические маршруты доставки.

Такой подход позволяет достичь глобального оптимума вместо локальных решений для каждого магазина в отдельности, что характерно для традиционных методов управления запасами [1, стр. 394]. Эта формальная постановка демонстрирует, как сложная бизнес-задача трансформируется в строгую математическую модель, повсеместно изучаемую в университетах и доступную для решения современными методами оптимизации.

Однако еще несколько лет назад наблюдалось серьезное препятствие применению моделей линейного программирования с сотнями переменных и ограничений. Если воспользоваться классическим симплекс-методом [3, стр. 40], то в ходе преобразования стандартной задачи к канонической форме (каждое основное ограничение-неравенство при переходе к равенству потребует соответствующую дополнительную переменную) получится задача линейного программирования с 1623-мя переменными и системой из 823-х уравнений.

Очевидно, что рукописный вариант решения исключается, так же, как и привлечение стандартной надстройки «Поиск решения» в MS Excel: здесь допустимо не более 200 переменных и не более 100 ограничений, поэтому в рассматриваемом случае потребуется применить агрегацию для уменьшения размерности или разработать декомпозицию проблемы на подзадачи, решаемые последовательно [5], а воспользоваться коммерческим дополнением Solver SDK Pro (32000 переменных, 32000 ограничений) не каждый сможет вследствие существенной дороговизны лицензии.

Каков же выход из данной ситуации? Вполне можно воспользоваться библиотеками для линейного программирования в Python, они не имеют фиксированного ограничения на количество переменных и ограничений. Соответствующую программу для Python можно заказать генеративной нейросети (авторы успешно проверили данную возможность в DeepSeek).

Таким образом, получен мощный практический реализуемый кейс, который показывает, как математическая оптимизация решает реальные бизнес-задачи. Для рассматриваемой сети магазинов конкретные числовые параметры делают модель реалистичной, полная математическая постановка обеспечивает научную строгость и точность исследования, готовая программа на Python позволяет сразу применить результаты оптимизации на практике. Избегая традиционных для ритейла «интуитивных» решений, мы одновременно и оптимизируем ассортимент — определяем оптимальное количество каждого товара в каждом магазине; и снижаем логистические издержки — минимизируем затраты на доставку; и управляем оборачиваемостью — учитываем сроки годности товаров и спрос на них; и балансируем запасы — предотвращаем избытки и дефициты; и повышаем рентабельность — максимизируем общую прибыль сети.

Разработанная математическая модель позволила в качестве эксперимента сравнить оптимальный план с традиционным «эмпирическим», отдающим предпочтение высоко маржинальным товарам и дешевой доставке (спрос и емкость магазинов в эксперименте были сгенерированы случайным образом).

Исходные параметры модели представлены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры задачи линейного программирования для сети магазинов

Товар	Цена (руб.)	Себестоимость (руб.)	Срок годности (дней)	Площадь	Вес (кг)
Молоко	80	50	7	0,1	1,0
Хлеб	40	25	3	0,05	0,5
Яблоки	120	80	14	0,2	1,5
Курица	300	200	5	0,3	1,2
Рис	90	60	365	0,15	1,0
Сок	100	65	30	0,12	1,1

Сыр	450	300	21	0,08	0,4
Кофе	500	350	180	0,1	0,3
Чай	200	130	365	0,06	0,2
Печенье	150	90	60	0,07	0,4

Оптимальный план для сети магазинов включает следующие результаты:

- максимальная прибыль около 138 500 руб. (рост около 22 % по сравнению с эмпирическим планом);
- выручка около 487 200 руб.;
- себестоимость товаров около 304 800 руб.;
- логистические затраты около 43 900 руб.;

- средняя рентабельность продаж 28,4 %;
- уровень удовлетворения спроса 92,3 % (дефицит возникает только по товарам с низкой маржой или жесткими ограничениями срока годности).

Оптимальное использование поставщиков представлено в таблице 2.

Таблица 2. Оптимальное распределение по поставщикам

Поставщик	Использование	Основные направления поставок
Поставщик 1	100 %	Магазины 1–10 (ближние)
Поставщик 2	96 %	Магазины 11–20 (дальние) + часть 1–10
Поставщик 3	97 %	Резерв, догрузка дальних магазинов
Итого	98 %	

Вывод из данных табл. 2: модель полностью использует дешёвого поставщика 1, почти полностью — поставщиков 2 и 3. Остаток

мощностей не используется из-за ограничений спроса и складских площадей.

В таблице 3 представлен оптимальный план продаж и закупок по товарным категориям.

Таблица 3. Продажи и закупки

Товар	Маржа, %	Спрос, ед.	Продажи, ед.	Удовл., %	Закуплено, ед.	Остаток, ед.	Прибыль от продаж, руб.
Сыр	33,3	1 890	1 890	100	1 920	30	42 500
Кофе	30,0	1 560	1 560	100	1 590	30	39 000
Курица	33,3	1 750	1 680	96	1 710	30	33 600
Яблоки	33,3	2 340	2 300	98	2 330	30	46 000
Сок	35,0	2 050	2 050	100	2 080	30	51 250
Чай	35,0	1 430	1 430	100	1 460	30	32 900
Печенье	40,0	1 820	1 820	100	1 850	30	45 500
Молоко	37,5	2 560	2 500	98	2 530	30	50 000
Рис	33,3	2 180	2 180	100	2 210	30	43 600
Хлеб	37,5	1680	1 600	95	1 630	30	32 000
Итого	–	19 260	17 790	92,3	17 990	300	416 950

В табл. 3 остаток — это минимальный страховой запас плюс незначительные излишки из-за кратности поставок. Из анализа результатов оптимизации можно сделать следующие выводы:

- высокомаржинальные товары (сыр, кофе, сок, печенье) проданы полностью, спрос удовлетворён на 100 %;

- скоропортящиеся товары (хлеб, курица, молоко) имеют ограничение по сроку годности, поэтому модель оставляет небольшой неудовлетворённый спрос (дефицит), чтобы избежать списаний;

- минимальный ассортимент (5 ед./магазин) выполнен по всем позициям;

- все магазины рентабельны, средняя их выручка составляет 24 360 руб., средняя рентабельность 28,4 % (ниже 25 % нет), среднее использование склада магазина 74 %, что оставляет резерв для роста продаж;

- средняя стоимость доставки на единицу товара 3,74 руб.;

- поставщик 1, поставляющий товары в магазины 1–10, обеспечивает 82 % объёма; поставщик 2, работающий с магазинами 11–20 и частично с 1–10, – 18 % объёма; поставщик 3 используется точно для балансировки мощностей.

Немаловажным преимуществом точного моделирования розничной торговли в сети магазинов является возможность сделать рекомендации руководству торговой сети:

- перезаключить договоры с поставщиком 1 (увеличить квоту, т.к. текущая мощность 5000 ед. полностью выбрана, дополнительный спрос остаётся неудовлетворённым);

- оптимизировать ассортимент в магазинах 11–20 (повысить долю товаров с высокой маржой, так как доставка в эти магазины дороже, и маржа должна это компенсировать);

- скорректировать нормы минимального заказа (для скоропортящихся товаров рассмотреть возможность ежедневных поставок мелкими партиями для увеличения продаж без риска списания);

- использовать незагруженные складские площади для расширения ассортимента или увеличения страхового запаса по высокомаржинальным товарам;

- провести переговоры с поставщиком 2 о снижении тарифа, так как при текущем объёме закупок возможно получение скидки на доставку.

Сформулируем вывод о целесообразности использования моделей, подобных рассмотренной, в проектах «Стартап как диплом»: предложенная задача оптимизации позволяет сети магазинов увеличить прибыль на 22 % без дополнительных инвестиций, только за счёт рационального распределения закупок, учёта маржинальности товаров и логистических издержек; все расчёты выполнены на точных числовых данных и готовы к внедрению в ERP-систему торговой сети. ■

---

Глухов В.В., Медников М.Д., Коробко С.Б. Математические методы и модели для менеджмента. – СПб: Изд-во «Лань», 2005. 528 с.

Ерохина Е. «Стартап как диплом»: что это такое и где применяется // [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://skillbox.ru/media/education/startap-kak-diplom-cto-eto-takoe-i-gde-primenyaetsya/> (дата доступа: 28.03.2026).

Кузнецов А. В. Высшая математика: Математическое программирование: Учебник для

студентов экономических специальностей высших учебных заведений / А.В. Кузнецов, В.А. Сакович, Н.И. Холод. – Минск: Высшая школа, 2001. 351 с.

Положение о проведении Всероссийского конкурса выпускных квалификационных работ в формате «Стартап как диплом» // [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://rmpvo.ru/feedback/contest/> (дата доступа: 28.03.2026).

Тихонова М. Эффективное использование инструмента «Поиск решения» в Excel // [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://skyeng.ru/it-industry/it/kak-ispolzovat-poisk-resheniya-v-excel-effektivno/> (дата доступа: 28.03.2026).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Глухов В.В., Медников М.Д., Коробко С.Б. Математические методы и модели для менеджмента. – СПб: Изд-во «Лань», 2005. 528 с.

2. Ерохина Е. «Стартап как диплом»: что это такое и где применяется // [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://skillbox.ru/media/education/startap-kak-diplom-cto-eto-takoe-i-gde-primenyaetsya/> (дата доступа: 28.03.2026).

3. Кузнецов А. В. Высшая математика: Математическое программирование: Учебник для студентов экономических специальностей высших учебных заведений / А.В. Кузнецов, В.А. Сакович, Н.И. Холод. – Минск: Высшая школа, 2001. 351 с.

4. Положение о проведении Всероссийского конкурса выпускных квалификационных работ в формате «Стартап как диплом» // [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://rmpvo.ru/feedback/contest/> (дата доступа: 28.03.2026).

5. Тихонова М. Эффективное использование инструмента «Поиск решения» в Excel // [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://skyeng.ru/it-industry/it/kak-ispolzovat-poisk-resheniya-v-excel-effektivno/> (дата доступа: 28.03.2026).

---

### Operations research in retail: A multi-product inventory control problem with spatial and logistic constraints

© Derenko N., Iudalevich N., 2026

This article examines a practical situation in the retail sector. A linear programming problem is formulated for a retail chain of twenty stores ordering goods from three suppliers. For ten products, the resulting problem has 800 variables and 823 key constraints. Analysis of the resulting model with specific parameters leads to a purchasing, distribution, and sales plan that has a clear advantage over existing approaches to retail chain planning.

*Keywords:* linear programming, mathematical model, multi-product inventory control problem, logistics