

© **Гулюк Н. В., Курганская Г. С., 2017**

Иркутский государственный университет, г. Иркутск

В статье представлены методы теории игр, позволяющие решать сложные задачи по распределению ограниченных ресурсов и решена практическая задача распределения средств венчурного фонда с использованием метода Саати для расчета функции ожидаемой полезности коалиций и арбитражной схемы Нэша для формирования оптимальных стратегий коалиционной игры.

Ключевые слова: теория игр, арбитражная схема Нэша, венчурный фонд, оптимальность по Парето, точка разлада, аксиомы Нэша, распределение финансов

В настоящее время теория игр перестала быть просто наукой — она помогает принимать стратегически важные и эффективные решения в жизни. Ведь, по сути, каждая ситуация, вынуждающая нас делать выбор или принимать решение, считается игрой, в которой иногда один игрок побеждает за счет проигрыша другого, иногда проигрывают или выигрывают сразу оба игрока. Теория игр способствует развитию стратегического мышления, что, с точки зрения математики, помогает повысить шансы на победу в игре.

Теория игр используется во многих сферах: экономики, менеджмента и математики, как таковой. Одним из примеров использования теории игр, а именно арбитражной схемы Д. Нэша, является метод распределения финансовых ресурсов в венчурных фондах.

В случае, когда игроки, не сумевшие прийти к взаимному согласию относительно результатов игры, возникает необходимость обращения к

стороннему лицу — арбитру, который сумеет дать собственную оценку.

Арбитр — это человек (компания), который способен с некоторой долей объективности выбрать определенный исход игры в качестве справедливого разрешения конфликтной ситуации для соперничающих участников игры. Разумеется, чтобы решение арбитра являлось справедливым для всех, оно должно полагаться на определенные общепризнанные принципы. Данные принципы обязательно должны быть согласованы с игроками.

В конечном итоге, выбранное решение должно иметь некий компромисс, при котором довольны все. Если же таковое согласие не достигается, то игроки остаются с теми выигрышами, которые они могут обеспечить себе сами.

В случае с венчурным фондом рассмотрим схему распределения финансовых ресурсов. Есть игроки — потенциальные проекты, стартапы; и есть арбитр венчурный фонд, которых инвестирует интересные идеи. В данном случае, исход борьбы

за ресурсы (кто в каком соотношении получит финансирование) будет определять непосредственно венчурный фонд, задача игроков (авторов проектов) — получить каждый свой выигрыш, желательно как можно больше. Поле их сотрудничества станет тот факт, что проекты по своей сути являются взаимодополняемыми.

Бывают случаи, когда каждый игрок может не согласиться с решением арбитра. Тогда он остается с результатом, который он может обеспечить себе сам — это называется «Status quo» или «точка разлада». То есть, говоря в терминах венчурного фонда, сами стартапы по отдельности уже априори либо заслуживают определенной степени финансирования со стороны венчурного фонда, либо не заслуживают ничего (зависит от многих обстоятельств заключения сделки). Их доля финансирования находится в «точке разлада», однако при совокупном выигрыше каждый может получить больше.

На графике 1 мы видим точку E, которая и является «точкой разлада». В этой точке выигрыш каждого игрока не зависит от их кооперации — это результаты, которые им гарантированы при самостоятельной стратегии игры. Векторы EB и EC задают область, в которой оба игрока могут получить больше финансирования своих проектов от венчурного фонда. Таким образом, дуга BC — это оптимальная область Парето, на которой располагаются все взаимодопустимые выигрыши. Именно в этой области арбитр стремится принимать решение.

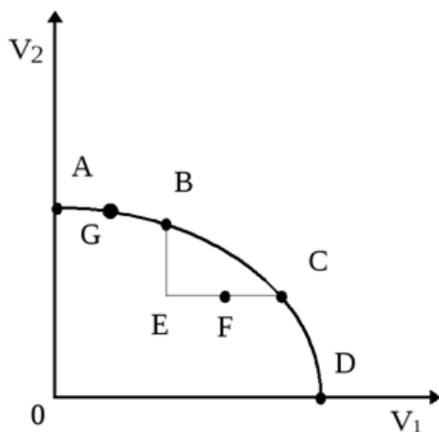


Рис. 1. Оптимальность по Парето

В 1950 году Джон Нэш впервые определил положения (принципы), принимаемые как исходные, и назвал их аксиомами. [1]

A1. Аксиома допустимости. Арбитражное решение (u^*, v^*) должно содержаться в множестве W , т.е. $(u^*, v^*) \in W$.

A2. Аксиома индивидуальной рациональности. Арбитражное решение (u^*, v^*) должно давать

каждому игроку выигрыш не меньший, чем его выигрыш в точке разлада (status quo), т.е.

$$u^* \geq u, v^* \geq v.$$

A3. Аксиома оптимальности по Парето.

Арбитражное решение (u^*, v^*) должно быть оптимальным по Парето, т.е. в W не должно существовать такого $(u, v) \in W$, $(u, v) \succ (u^*, v^*)$, которое не хуже для обоих игроков, чем арбитражное решение (u^*, v^*) .

A4. Аксиома независимости от линейного преобразования. Этот принцип содержательно означает, что арбитражное решение не должно зависеть от выбора единицы измерения полезности и точки начала отсчета.

A5. Аксиома симметрии. Если множество допустимых результатов W симметрично, т.е. из того, что $(u, v) \in W$ следует $(v, u) \in W$, то при $\bar{u} = \bar{v}$ в арбитражном решении (u^*, v^*) арбитражной задачи (W, \bar{u}, \bar{v}) должно выполняться $u^* = v^*$. Другими словами, если множество W симметрично и $\bar{u} = \bar{v}$, то и в арбитражном решении должно быть $u^* = v^*$.

A6. Аксиома независимости от посторонних альтернатив. Если (u^*, v^*) арбитражное решение задачи (W, \bar{u}, \bar{v}) и $(u^*, v^*) \in W'$, где $W' \subset W$, то (u^*, v^*) должно быть арбитражным решением задачи (W', \bar{u}, \bar{v}) . Т.е. отбрасывание любых альтернативных исходов, если они не являются решением, не должно изменять арбитражного решения. [2]

Алгоритм распределения финансовых ресурсов состоит из нескольких ключевых шагов. Для начала стоит отметить, что при финансировании проектов венчурный фонд сам выбирает критерии, согласно которым он принимает решения относительно того или иного стартапа. Например, среди трех ключевых критериев фондом было выбрано «значимость для региона», «быстрая окупаемость» и «социальная направленность». Далее следует оценка идей всех проектов по критериальной таблице по методу Саати, в которой сравниваются попарно альтернативы. Сравнение идет по каждому определенному фондом заранее критерию, и после этого каждый из критериев тоже попарно сравнивается, после чего получается оптимальный вес каждого критерия [3].

Критерии сравниваются фондом беспристрастно, при попарном сравнении фонд

устанавливает оценку 3, 5, 7 или 9, что условно обозначает сравнение в N раз. Соответственно, во второй половине критериальной таблицы идут обратные оценки — 1/3, 1/5, 1/7 и 1/9.

Значимость для региона			
	A1	A2	A3
A1	1	1/3	1/5
A2	3	1	7
A3	5	1/7	1

Рис. 2. Критериальная таблица проектов

Далее находится сумма по каждой строке и общая сумма, на которую мы делим результат каждой строки. В методе Саати полученные таким образом нормированные суммы принимаются в качестве оценок альтернатив по каждому критерию.

Найдя средневзвешенное, получается тот самый находимый результат, ради которого применялся метод Саати — полезность / ценность каждого проекта по заранее установленным критериям венчурного фонда. Их коэффициент полезности (ценности) — это не что иное, как «точка разлада»,

Коалиция	Прошел порог?	Проект 1	Проект 2	Проект 3
1	0	125	155	220
2	0	125	155	220
3	0	125	155	220
12	0	0	0	220
13	1	0	155	1000
23	1	125	0	1000
21	0	1000	0	220
31	1	1000	155	0
32	1	125	1000	0
123	1	0	0	1000
132	1	0	0	1000
213	1	0	0	1000
231	1	0	0	1000
312	1	1000	0	0
321	1	0	1000	0
Матожидание		270,833333	192,500	536,666667
Сумма		1000		

Рис. 4. Таблица коалиций проектов

В этом случае перечисляем все варианты объединения проектов и рассматриваем, в каком случае порог (60 %) пройден. В случае, если коалиция состоит из двух проектов, а третий остался сам по себе, он получает свою гарантированную финансовую поддержку в размере «status quo».

Проблемы возникают внутри коалиции тогда, когда приходит время делить заработанный выигрыш между игроками. В этом случае по аналогии с вектором Шепли, попытаемся понять вклад каждого проекта в общий выигрыш по мере прихода каждого в проект. Например, в случае с коалицией {1,3} первый проект ничего не принес для выигрыша (кроме своего процента полезности), второй проект не задействован в коалиции, а,

то финансирование, который каждый проект может обеспечить себе сам без коалиции. Для того, чтобы узнать сумму финансирования каждого проекта, достаточно процент полезности умножить на инвестируемую сумму (для простоты — 500 руб.)

	Ценность	Status quo, руб
1 проект	25%	125
2 проект	31%	155
3 проект	44%	220
	100%	

Рис. 3. Полезность каждого проекта по отдельности

Рассмотрим ситуацию, когда фонд заявляет, что в случае коалиции проектов он готов выделить в два раза большую сумму финансовых средств (1 000 руб.), если суммарная ценность объединенных проектов станет больше, например, 60 %. Таким образом, три проекта, которые потенциально являются взаимодополняемыми, могут запросто пройти порог в 60 % ценности и получить сумму в размере 1 000 рублей.

значит, получает свои законные 155 рублей, а третий проект своим приходом приносит коалиции заветные 1 000 рублей, так без него выигрыш не состоялся бы. Соответственно, можно сделать вывод, что при рассмотрении распределения средств данным способом особо важную роль играет порядок, в котором игроки приходят в коалицию.

Состав все возможные комбинации из трех игроков, можно увидеть, что в среднем из 12 коалиционных вариантов проект №1 получает дважды 125 рублей (если не задействован), трижды 1 000 рублей (если приходит вторым в коалицию), и ничего не получает в оставшихся случаях. Посчитав его математическое ожидание по формуле $1\,000 \cdot (3/12) + 125 \cdot (2/12) + 0 \cdot (7/12)$,

получаем средний заработок в коалициях, которых равен почти 271 рубль. Отметим, что он выше его собственной доли финансирования, следовательно, участие в коалиция было полезным. Таким образом, проект № 2 получает от 1 000 рублей 192,5 рубля, а оставшаяся сумма уходит проекту № 3 – 536,7 рублей.

Стоит отметить, что данный способ распределения венчурных средств по проектам не является стандартным, а лишь предлагаемым. Поскольку нужна «точка разлада» для того, чтобы понять, какую сумму каждый проект может сам себе гарантировать, необходимо оценить каждый проект по заранее выдвинутым фондом критериям, чтобы получить полезность/ценность проектов. Далее следует условие, что сумма станет больше, как и порог ценности, пройдя который коалиция сможет, объединившись.

Теория игр не всегда может рассмотреть каждый частный случай, которых довольно много, но она определенно может направить в поиске подбора инструментов и подходов к решению тех или иных проблем. В данной статье предлагается решение одной из актуальных на сегодня задач — распределение средств венчурного фонда между игроками. ■

1. Оуэн Г. Теория игр, М. Мир, 1971.

2. Мазалов В. В., Токарева Ю. С. Теоретико-игровые модели проведения конкурсов // Математическая теория игр и её приложения. 2010. Вып. 2. № 2. С. 66-78.

3. Кобзарь А. И. Теория игр: Играют все / А. И. Кобзарь, В. Н. Тикменов, И. В. Тикменова. - М.: Физматлит, 2016. - 272 с.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Кобзарь А. И. Теория игр: Играют все / А. И. Кобзарь, В. Н. Тикменов, И. В. Тикменова. - М.: Физматлит, 2016. - 272 с.

Мазалов В. В., Токарева Ю. С. Теоретико-игровые модели проведения конкурсов // Математическая теория игр и её приложения. 2010. Вып. 2. № 2. С. 66-78.

Оуэн Г. Теория игр, М. Мир, 1971.

The principles of successful project management

© Gulyuk N., Kurganskaya G., 2017

The authors presents the game theory methods, which allow to solve complex problems of distributing the limited resources and the practical problem of distributing of funds of venture fund, using a method of Saati for calculation of function of the expected usefulness of the coalitions and the arbitration scheme of Nash for forming of optimum strategies of a coalition game.

Keywords: game theory, the Nash arbitration scheme, the venture fund, Pareto optimality, «status-quo», the Nash axioms, distributing funds